



**INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder razonadamente a las cuestiones de la opción elegida.

Para la realización de esta prueba se puede utilizar calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de transmisión de datos, representación gráfica o cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el enunciado, donde también se especifica la valoración de cada apartado. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos**

Dado el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x - y - z = m \\ 2x + y - (m+1)z = 2 \\ 2x + my - 2z = m+1, \end{cases}$$
 se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores del parámetro real  $m$ .
- (0.5 puntos) Resolverlo para  $m = 1$ .

**Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos**

El alivio de una válvula en una planta industrial, situada en una ciudad costera, ha provocado un vertido al mar con una concentración de fenoles dada por  $c(t) = \frac{65t}{e^t}$  miligramos por metro cúbico de agua, donde  $t$  es el tiempo, en horas, transcurrido desde que se ha producido el vertido.

- (1 punto) Calcular  $\lim_{t \rightarrow \infty} c(t)$  e interpretar el resultado.
- (1 punto) Hallar el máximo de la función  $c(t)$ , definida en  $[0, \infty)$ .
- (0.5 puntos) Sabiendo que con una concentración de fenoles superior a  $30 \text{ mg/m}^3$  se debe prohibir el baño en la playa, indicar si ha sido necesario tomar esta medida en algún momento.

**Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos**

Dados la recta  $r \equiv \begin{cases} x + z = 1 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$  y el plano  $\pi \equiv x + y + z = 1$ , se pide:

- (1.5 puntos) Determinar la ecuación de un plano perpendicular a  $\pi$  que contenga a  $r$ .
- (1 punto) Hallar la distancia del origen de coordenadas a la recta  $r$  y al plano  $\pi$ .

**Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos**

Dados dos sucesos aleatorios  $A$  y  $B$ , tales que:  $p(A) = 0.2$ ,  $p(B) = 0.3$  y  $p(A|B) = 0.4$ , se pide:

- (1.5 puntos) Calcular  $p(A \cap B)$ ,  $p(A \cup B)$  y  $p(B|A)$ .
- (1 punto) Determinar razonadamente si los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes y/o compatibles.

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dadas las matrices  $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ , se pide:

- (1.5 puntos) Calcular la matriz  $A = (PDP^{-1})^2$  y obtener su determinante.
- (1 punto) Calcular el rango de la matriz  $B = P - D^2$ .

### Ejercicio 2 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Dada la función  $f(x) = \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x \leq 1, \\ \frac{x^2 - 1}{x(x-1)} & \text{si } x > 1, \end{cases}$  se pide:

- (0.75 puntos) Estudiar la continuidad de  $f$ , en  $x = 1$ .
- (0.75 puntos) Calcular  $f'(2)$ .
- (1 punto) Calcular  $\int_0^1 f(x) dx$ .

### Ejercicio 3 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Se considera la recta  $r$ , que pasa por el punto  $P(2, 1, 0)$  y tiene como vector director  $\vec{v} = (1, 1, 1)$ , y el plano  $\pi \equiv x + y - 2z = 6$ . Se pide:

- (1 punto) Determinar la posición relativa de  $r$  y  $\pi$ .
- (1.5 puntos) Hallar el punto  $P'$ , simétrico de  $P$  respecto del plano  $\pi$ .

### Ejercicio 4 . Calificación máxima: 2.5 puntos

Una empresa fabrica dos tipos de lavadoras, A y B. En un lote de 2500 lavadoras, de los que 500 son de tipo A, se han detectado 20 que no funcionan, de las cuales 15 son de tipo B. Se elige al azar una lavadora del lote y se pide:

- (0.5 puntos) Determinar la probabilidad de que no funcione.
- (1 punto) Determinar la probabilidad de que sea de tipo A y funcione.
- (1 punto) Si se sabe que funciona, obtener la probabilidad de que sea del tipo B.